

Dérivées des fonctions usuelles

| Ens. définition | Fonctions | Fonctions dérivées | Ens. dérivabilité |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| \mathbb{R} | $x \mapsto k$ où $k \in \mathbb{R}$ | $x \mapsto 0$ | \mathbb{R} |
| \mathbb{R} | $x \mapsto x$ | $x \mapsto 1$ | \mathbb{R} |
| \mathbb{R} | $x \mapsto x^n, n \in \mathbb{N}^*$ | $x \mapsto n \cdot x^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$ | \mathbb{R} |
| $] - \infty; 0[\cup] 0; +\infty[$ | $x \mapsto \frac{1}{x}$ | $x \mapsto \frac{-1}{x^2}$ | Sur $] - \infty; 0[$ et sur $] 0; +\infty[$ |
| $] - \infty; 0[\cup] 0; +\infty[$ | $x \mapsto \frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}^*$ | $x \mapsto \frac{-n}{x^{n+1}}, n \in \mathbb{N}^*$ | Sur $] - \infty; 0[$ et sur $] 0; +\infty[$ |
| $] 0; +\infty[$ | $x \mapsto \sqrt{x}$ | $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $] 0; +\infty[$ |
| \mathbb{R} | $x \mapsto \sin x, x$ est en radians | $x \mapsto \cos x$ | \mathbb{R} |
| \mathbb{R} | $x \mapsto \cos x, x$ est en radians | $x \mapsto -\sin x$ | \mathbb{R} |

Opérations et dérivées

u et v sont deux fonctions dérivables sur I

| | |
|------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Dérivée d'une somme | $(u + v)' = u' + v'$ |
| Dérivée du produit par une constante k | $(ku)' = ku'$ |
| Dérivée du produit | $(uv)' = u'v + uv'$ |
| Dérivée du carré de u | $(u^2)' = 2uu'$ |
| Dérivée de u^n | $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$ |
| Dérivée de l'inverse | $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$ |
| Dérivée du quotient | $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ |

REMARQUE 1

- Un polynôme est dérivable sur \mathbb{R} ,
- Une fonction rationnelle est dérivable sur chacune des parties de son ensemble de définition.

Dérivée d'une fonction composée avec une fonction affine

THÉORÈME 1

Si f est une fonction dérivable sur un intervalle I et si g est la fonction définie par $g(x) = f(ax + b)$, alors g est dérivable en tout point x , tel que $ax + b$ appartient à I et on a $g'(x) = a \times f'(ax + b)$.

| Ens. définition | Fonctions | Fonctions dérivées | Ens. dérivabilité |
|-----------------|---------------------------|--------------------------------------|-------------------|
| $ax + b \geq 0$ | $x \mapsto \sqrt{ax + b}$ | $x \mapsto \frac{a}{2\sqrt{ax + b}}$ | $ax + b > 0$ |
| \mathbb{R} | $x \mapsto \sin(ax + b)$ | $x \mapsto a \cos(ax + b)$ | \mathbb{R} |
| \mathbb{R} | $x \mapsto \cos(ax + b)$ | $x \mapsto -a \sin(ax + b)$ | \mathbb{R} |