Devoir surveillé de Maths n°2

Durée: 1 heure

Exercice 1.: (BTS Groupement D - Session 2002)

Les trois parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Pour une étude cardio-vasculaire, on effectue une perfusion lente à débit constant d'une solution marquée par un indicateur radioactif.

Partie A : *Étude expérimentale*
On relève l'évolution de la concentration au niveau du ventricule droit et on obtient les résultats suivants :

i	1	2	3	4	5	6	7
t_i: temps en minutes	0	2	4	6	8	10	12
c_i: concentration en microgrammes par cm3	0	54	84	100	109	114	117

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième le plus proche.

1. On pose $z_i = ln(120)$ (ln désigne le logarithme népérien).
Donner les valeurs de z_i pour i variant de 1 à 7.
2. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite de régression de z en t.
3. Donner une expression de la concentration c en fonction de f déduite de cet ajustement.

Partie B : *Résolution d'une équation différentielle*
On admet que la fonction c est solution de l'équation différentielle $(E) : y\,' + 0{,}3\,y - 36$.

1. Résoudre l'équation différentielle: $y\,' + 0,\,3\,y = 0$.
2. Déterminer une solution constante de l'équation différentielle (E).
3. En déduire les solutions de (E) et donner la fonction c solution qui vérifie $c(0) = 0$.

Partie C : *Étude d'une fonction*
Soit la fonction f définie sur $[0;\,+\infty[$ par $f(t) = 120(1 - e^{-0{,}3t})$.

1. Chercher les variations de f sur $[0 ; +\infty[$.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$; que peut-on en déduire pour sa courbe représentative?
3. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal (unités: 1,5 cm pour une unité en abscisse et 1mm pour une unité en ordonnée).
4. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle [2 ; 12] et en donner une valeur approchée à une unité près.

Exercice 2:

Une société de produits pharmaceutiques fabrique en très grande quantité un type de comprimés. Un comprimé est conforme si sa masse exprimée en grammes appartient à l'intervalle [1,2 ; 1,3]. La probabilité qu'un comprimé soit conforme est 0,98.

On note: A l'événement : « un comprimé est conforme »
B l'événement : « un comprimé est refusé »

On contrôle tous les comprimés. Le mécanisme de contrôle est tel que:
- Un comprimé conforme est accepté avec une probabilité de 0,98
- Un comprimé qui n'est pas conforme est refusé avec une probabilité de 0,99.

1. Déterminer $P(A)$, $P_A(\bar{B})$ et $P_{\bar{A}}(B)$
2. Déterminer ensuite $P_A(B)$, puis $P(B \cap A)$ et $P(B \cap \bar{A})$
3. Calculer : a) La probabilité qu'un comprimé soit refusé.
   b) La probabilité qu'un comprimé soit conforme, sachant qu'il est refusé.

Exercice 3:
Dans un jeu, on lance simultanément un dé bleu et un dé rouge non truqués; on regarde alors la somme des nombres apparaissant sur les deux faces supérieures.

• si cette somme est égale à 12 le joueur gagne 10 € ;
• si cette somme est supérieure ou égale à 10 et inférieure ou égale à 11 le joueur gagne 2€;
• si cette somme est supérieure ou égale à 7 et inférieure ou égale à 9 le joueur gagne 1€;
• si elle est inférieure ou égale à 6 le joueur perd x €. *(x étant* **un réel positif)**

On appelle G la variable aléatoire égale au gain (positif ou négatif du joueur).

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire G.
2. Déterminer la valeur du réel positif x pour que la variable aléatoire G ait une espérance mathématique nulle.
3. Déterminer alors la variance et l'écart-type de la variable aléatoire G.