

Devoir Maison de Maths n°9

Exercice 1:

Dans cet exercice, tous les résultats seront donnés à 10^{-4} près.

La question 3 peut être traitée indépendamment des questions 1 et 2.

Une entreprise produit des batteries de téléphone portable. Au cours de la production peuvent apparaître deux défauts **indépendants** que l'on appellera défaut A et défaut B.

La probabilité que le défaut A apparaisse vaut 0,02 et la probabilité que le défaut B apparaisse vaut 0,01.

1. Calculer la probabilité qu'une batterie produite soit défectueuse, c'est-à-dire qu'elle comporte au moins un des deux défauts.

2. On prélève au hasard dans la production un échantillon de 100 batteries. La production est suffisamment importante pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage avec remise.

Soit X la variable aléatoire qui à tout échantillon de taille 100 associe le nombre de batteries défectueuses.

a) Quelle est la loi de probabilité que suit la variable aléatoire X ? Donner son espérance mathématique et sa variance.

b) On admet que la loi de X peut être approchée par une loi de Poisson. Quel est le paramètre de cette loi de Poisson ?

En utilisant cette approximation, calculer la probabilité que l'échantillon comporte plus de deux batteries défectueuses.

3. On s'intéresse dans cette question à la durée de décharge des batteries. On note Y la variable aléatoire qui à tout échantillon de 100 batteries associe la moyenne des durées de décharge. On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale de paramètres $m = 80$ et $\sigma = 0,4$.

a) Calculer la probabilité $P(79 \leq Y \leq 81)$.

b) Déterminer le réel α tel que $P(Y \geq \alpha) = 0,95$. On donnera la valeur décimale approchée à 10^{-2} près par défaut de α .

c) Calculer la probabilité de l'événement $E = \ll (Y \geq 80) \text{ sachant que } (Y \geq 79,34) \gg$.

Exercice 2:

Une variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance mathématique μ et d'écart-type σ . On sait que :

- la probabilité que la variable aléatoire prenne une valeur supérieure à 785 est 0,8413 ;
- la probabilité que la variable aléatoire X prenne une valeur inférieure à 822,5 est 0,9332

Déterminer les paramètres μ et σ de cette loi normale.

Exercice 3:

Pour chaque résultat demandé, on donnera une valeur approchée à 10^{-3} près.

Un atelier s'approvisionne avec des pièces produites en grande série. On note X la variable aléatoire qui, à chaque pièce prélevée au hasard dans la production, associe sa masse exprimée en grammes.

On admet que X suit une loi normale d'espérance mathématique $\mu = 500$ et d'écart type σ . Les pièces présentent le défaut A si leur masse n'est pas dans l'intervalle $[495, 505]$.

Quelle est la valeur maximale de σ pour qu'une pièce du stock tirée au hasard présente le défaut A avec une probabilité inférieure ou égale à 0,05 ?