Devoir Maison de Maths n°4

Exercice 1:
Dans cet exercice chaque probabilité demandée sera calculée à 10^{-3} près.

Un laboratoire emploie vingt personnes.
Une étude statistique permet d'admettre qu'un jour donné la probabilité qu'un employé donné soit absent est 0,05. On admet que les absences des employés survenues un jour donné sont indépendantes les unes des autres.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque jour, associe le nombre d'employés absents.

1. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ? Justifier. Donner les paramètres de cette loi.

2. Calculer la probabilité des événements suivants :
    a) E1 : un jour donné il y a exactement trois absents ;
    b) E2 : un jour donné il y a strictement plus de deux absents ;
    c) E3 : un jour donné le nombre d'absents est compris entre trois et six (bornes comprises).

3. Calculer l'espérance mathématique notée E(X) de la variable aléatoire X. Que représente E(X) ?

Exercice 2:
Un client achète un lot de pipettes commercialisées par une entreprise après avoir subi la procédure de contrôle. Pour contrôler la qualité de ce lot le client prélève 200 pipettes.

On admet que le lot est suffisamment important pour pouvoir assimiler ce prélèvement à 200 tirages indépendants. On admet que la variable aléatoire *D*, qui à tout prélèvement au hasard de 200 pipettes effectué dans le lot associe le nombre de pipettes non conformes qu'il contient, suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 3$.

Déterminer le plus petit entier *k* tel que la probabilité de l'événement "$D = k$" soit supérieure ou égale à 0,3.

Exercice 3:
1. Une suspension de 10^6 bactéries est infectée par une population de phages (particules infectieuses). A la fin de l'expérience, on a constaté que 65.10^4 bactéries ont été infectées. Quel est le pourcentage de bactéries infectées ?

2. On observe une bactérie au hasard. Soit *X* la variable aléatoire qui, à toute bactérie aléatoire associe le nombre de phages infectant cette bactérie. On admet que *X* suit une loi de Poisson de paramètre *m.*
    a) En calculant $P(X = 0)$, justifier le choix du paramètre $m = 1,05$.
    b) Déterminer à 0,001 près $P(X= 1)$, $P(X= 2)$, $P(X= 3)$. Quel est le nombre moyen de phages par bactérie infectée ?

Exercice 4
Une entreprise fabrique en grande série des pipettes de laboratoire. Ces pipettes sont calibrées.
On s'intéresse à la fiabilité de la calibration à l'aide d'un test gravimétrique On refuse toutes les pipettes pour lesquelles le volume obtenu lors du test est strictement supérieur à 100,3µl ou strictement inférieur à 99,7µl. La probabilité qu'une pipette soit défectueuse est égale à 0,06.

Dans un lot d'un très grand nombre de pipettes, on effectue un contrôle sur 50 pipettes choisies au hasard. On appelle alors Y la variable aléatoire qui à tout lot de 50 pipettes associe le nombre de pipettes défectueuses.

On assimile les prélèvements de 50 pipettes à des tirages de 50 pipettes avec remise:

1. Quelle est la loi de probabilité de Y?

2. On suppose désormais que l'on peut approcher la loi de probabilité de Y par une loi de Poisson

   a) Préciser le paramètre de cette loi.
   b) Quelle est la probabilité qu'il n'y ait aucune pipette défectueuse dans le lot ?
   c) Quelle est la probabilité qu'il y ait plus de 4 pipettes défectueuses dans le lot ?