Devoir Maison de Maths n°3

Exercice 1

Partie A :

Suite à un incident nucléaire, on a consigné dans le tableau suivant, heure par heure, les résultats fournis par un appareil de mesure de la radioactivité. Les N_i sont des nombres entiers représentant le nombre de particules recueillies par l'appareil pendant une seconde.

t_i en heure	0	1	2	3	4	5	6
N_i	170	102	63	39	24	16	9

1. On pose $z_i = ln(N_i - 2)$ pour tout i variant de 0 à 6 (où ln désigne le logarithme népérien).
Donner les valeurs de z_i arrondies au millième le plus proche.
Représenter le nuage $(t_i ; z_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 3 cm pour une heure en abscisse, 4 cm pour une unité en ordonnée).
2. Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $(t_{i:} ; zi)$ et donner une équation de la droite de régression de z en t (les coefficients seront arrondis au millième le plus proche).
3. Donner l'expression de N en fonction de t déduite de cet ajustement.
4. En supposant que l'expression obtenue en 3) reste valable, déterminer à partir de quel relevé on obtiendra une valeur de N inférieure ou égale à 3.

Partie B :

Une étude plus approfondie amène à faire l'hypothèse que la fonction, qui au temps t (en heure), associe le nombre $N(t)$ est une solution de l'équation différentielle :

$$y' = \alpha(y-2) \text{ où } \alpha \text{ est une constante réelle}$$

1. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle ci-dessus.
2. En déduire la solution qui prend la valeur 170 pour $t = 0$ et la valeur 9 pour $t = 6$.

Partie C :

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = 168e^{-0,53x} + 2$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 mm sur l'axe des ordonnées).

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; interpréter géométriquement le résultat obtenu.
2. Chercher les variations de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$.
3. Construire la courbe (C).
4. Résoudre l'équation $f(x) \leq 30$ dans l'intervalle $[0; +\infty[$; vérifier graphiquement.
5. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 6] ; on donnera la valeur exacte et une valeur décimale approchée à 10^{-2} près.

Exercice 2:

Les statistiques ont permis d'établir qu'en période de compétition la probabilité, pour un sportif pris au hasard, d'être déclaré positif au contrôle antidopage est égale à 0,02.
La prise d'un médicament M peut entraîner, chez certains sportifs, un contrôle antidopage positif. En période de compétition, ce médicament, qui diminue fortement les effets de la fatigue musculaire, est utilisé par 25% des sportifs. La probabilité, pour un tel sportif, d'être déclaré positif au contrôle antidopage est alors égale à 0,05.

Pour un sportif choisi au hasard en période de compétition, on appelle *A* l'événement: « utiliser le médicament M » et *B* l'événement: « être déclaré positif au contrôle antidopage».

1.Préciser les probabilités suivantes : P(A), P(B) *et* P_A (B).
Calculer alors P (A $\cap$ B).
2. Pour un sportif choisi au hasard en période de compétition calculer la probabilité de chacun des événements suivants:
E_1: « utiliser le médicament M sachant qu'il est déclaré positif au contrôle antidopage »
E_2: « être déclaré positif au contrôle antidopage sachant qu'il n'utilise pas le médicament M».