Devoir Surveillé de Maths n°7

Exercice 1:

On s'intéresse aux effets d'une maladie M sur le taux X de certaines protéines dans le sang. Afin de mesurer les effets de la maladie M sur le taux X de ces protéines on effectue dans un premier temps un calcul de probabilité.

Dans une population de grand effectif on a constaté que 5% des individus sont atteints de la maladie M, 20% ont un taux de protéines considéré comme anormal et 3% sont atteints de la maladie M et ont un taux de protéines anormal.

Pour un individu choisi au hasard, on appelle M l'événement : « être atteint de la maladie M » et T l'événement : « avoir un taux de protéines anormal ».

1. Préciser les probabilités suivantes : *P(M)* ; *P(T)* ; $P(M \cap T)$. En déduire : $P(M \cup T)$.
2. Les événements M et T sont-ils indépendants ? Justifiez votre réponse.
3. Quelle est la probabilité pour un individu d'avoir un taux de protéines anormal sachant qu'il est atteint de la maladie M ?
4. Quelle est la probabilité pour un individu d'être atteint de la maladie M, sachant qu'il a un taux anormal de protéines ?
5. Quelle est la probabilité pour un individu ce ne pas être atteint de la maladie M, sachant qu'il a un taux normal de protéines ?

Exercice 2:

1. Déterminer sur l'intervalle]-2; 1[la primitive de la fonction f définie par $f(x) = (2x + 1) / (x^2 + x - 2)$ qui s'annule en 0.
2. Déterminer sur R la primitive de la fonction g définie par $g(x) = (x - 1)e^{x^2-2x}$ qui s'annule en 1.

Exercice 3:

Partie A :

Soit la fonction f définie sur]0 ; +∞[par : $f(x) = (1+\ln x) / x^2$. On appelle *C* sa représentation graphique dans un repère orthonormal d'unité graphique 4 cm.

1. Étudier les limites de la fonction f en 0 et en +∞ ; en déduire les conséquences graphiques pour la courbe *C.*
2. Étudier les variations de la fonction *f* sur]0 ; +∞[.
3. Déterminer le point d'intersection de la courbe *C* avec l'axe des abscisses ainsi que l'équation de la tangente en ce point.
4. Justifier le signe *de f(x)* sur]0 ; +∞[.
5. Tracer la courbe *C.*

Partie B :

Soit la fonction *k* définie sur]0 ; +∞[par : $k(x) = (1 + \ln x) / x$

1. Calculer sa fonction dérivée sur]0 ; +∞[.
2. En déduire une primitive de la fonction *f* sur]0 ; +∞[(on remarquera que $f(x) = 1/x^2 - k'(x)$).
3. Déterminer la primitive de la fonction *f* sur qui s'annule pour *x* = e.
4. Calculer l'aire *A* comprise entre la courbe C, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1/e$ et $x = 4$ (on justifiera la méthode utilisée).
5. Calculer l'intégrale : $I = \int_{1/4}^{1} f(x)\,dx$.