

Devoir Surveillé de Maths n°5

Exercice 1:

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse sur la feuille (à rendre avec la copie).

Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse enlève 0,25 point.

Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

QUESTIONS	REPNSES
Pour les trois premières questions, A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire.	
1) Si B est l'événement contraire de A , alors :	<input type="radio"/> $p(A) = 1 + p(B)$ <input type="radio"/> $p(A) = 1 - p(B)$ <input type="radio"/> $p(A) = p(B)$
2) Si A et B sont deux événements indépendants et $p(A) \neq 0$, alors :	<input type="radio"/> $A \bar{C} B = \emptyset$ <input type="radio"/> $p(A \cdot^{\circ\circ} B) = p(A) \cdot p(B)$ <input type="radio"/> $pA(B) = p(B)$
3) Si A et B sont deux événements incompatibles, alors :	<input type="radio"/> $p(A \cdot^{\circ\circ} B) = p(A) + p(B)$ <input type="radio"/> $p(A) = 1 - p(B)$ <input type="radio"/> $p(A \cap B) = 1$
4) Soit a un nombre réel strictement positif, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(-a x + 5) =$	<input type="radio"/> $-\infty$ <input type="radio"/> 0 <input type="radio"/> $+\infty$
5) La représentation graphique de la fonction logarithme népérien admet :	<input type="radio"/> une asymptote verticale <input type="radio"/> une asymptote horizontale <input type="radio"/> une tangente horizontale
6) $e^{\ln x} = x$ pour tout x appartenant à :	<input type="radio"/> \mathbb{R} <input type="radio"/> $]0; +\infty[$ <input type="radio"/> $[0; +\infty[$
7) Soit un réel a . $\ln(e^a) - 2e + \ln(1) =$	<input type="radio"/> $e^a - 2e + e$ <input type="radio"/> $e^a - 2e$ <input type="radio"/> $a - 2e$
8) Soient a et b des réels strictement positifs, $e^{\ln a} + e^{-\ln b} =$	<input type="radio"/> $-ab$ <input type="radio"/> $a - b$ <input type="radio"/> $(ab + 1)/b$
9) Une primitive de la fonction logarithme népérien sur $]0, +\infty[$	<input type="radio"/> $x \rightarrow 1 / \ln x$ <input type="radio"/> $x \rightarrow x \cdot \ln x - x + 3$ <input type="radio"/> $x \rightarrow \ln(1/x) - 2$
10) Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1 - x) > 1$ est équivalent à :	<input type="radio"/> $x < 1$ <input type="radio"/> $x < 1 - e$ <input type="radio"/> $x > e$

Exercice 2:

On lance une fois un dé truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On note p_i la probabilité de l'événement $E_i = \ll \text{le résultat du lancer est } i \gg$.

1. Calculer p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 sachant que :
 $p_2 = p_4 = p_6 ; p_1 = p_3 = p_5 ; p_6 = 2p_5$
2. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A = « obtenir un résultat pair »
B = « obtenir un résultat supérieur ou égal à 3 »

Exercice 3:

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher, ce qui rend les tirages équiprobables. Il y a quatre boules rouges et cinq boules vertes.

On tire au hasard et simultanément quatre boules dans le sac.

Calculer la probabilité des événements suivants :

A = « toutes les boules sont rouges »

B = « il y a au moins une boule verte »

C = « toutes les boules sont de la même couleur »

D = « il y a plus de boules rouges que de boules vertes »

Exercice 4:

Une perdrix est posée sur le fil du téléphone qui relie le manoir de Charles à la ville. Un chasseur, sachant chasser sans son chien, vise la perdrix :

- il a alors une chance sur deux de la toucher ;
- par contre s'il ne touche pas la perdrix il a une chance sur trois de couper le fil du téléphone ;
- enfin il a une chance sur deux de réussir le doublé : toucher la perdrix et couper en même temps le fil du téléphone.

On choisira les événements suivants :

=> T = « le chasseur touche la perdrix » ;

=> F = « le chasseur coupe le fil du téléphone ».

1. Déterminer à l'aide des indications de l'énoncé les probabilités suivantes: $P(T)$; $P_{\bar{T}}(F)$ et $P(T \cap F)$
2. Calculer ensuite $P_{\bar{T}}(F)$.
3. Calculer la probabilité pour qu'après le coup de fusil, Charles puisse téléphoner à Camilla afin d'arrêter la liste des invités.

Exercice 5:

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = (\ln x)^2 - 3 \ln x + 2$. Soit C la représentation graphique de la fonction f dans un repère $(O; i; j)$ (unités graphiques: 1 cm sur l'axe des abscisses, 4 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Construire la courbe C (ou utilisera éventuellement sa calculatrice afin d'avoir une idée de l'allure de cette courbe).
2. Au vu de la représentation graphique de la fonction f que pouvez-vous dire :
 - a) de ses limites ;
 - b) des solutions de l'équation $f(x) = 2$.
3. Étudier les variations de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$.
4. Résoudre dans $]0 ; +\infty[$ l'équation $f(x) = 2$.
5. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse e ; tracer cette droite sur le graphique de la question 1).
6. Résoudre dans $]0 ; +\infty[$ l'inéquation $f(x) < 2$.