Devoir Surveillé de Maths n°4

Exercice 1:

Pour étudier l'érythroblastose, on injecte du fer radioactif par voie veineuse; on constate que sa concentration plasmatique décroît en fonction du temps. Cette décroissance est caractérisée par une période T (temps en minutes au bout duquel la concentration a diminué de moitié).

Cet examen effectué sur un échantillon de 400 sujets sains a donné les résultats suivants :

Période T (en minutes)	Nombre de sujets	Fréquence		
[60 ; 65[	5			
[65 ; 70[	11			
[70 ; 75[	18			
[75 ; 80[	29			
[80 ; 85[	40			
[85 ; 90[	51			
[90 ; 95[	57			
[95 ; 100[	54			
[100 ; 105[	48			
[105 ; 110[	35			
[110 ; 115[	25			
[115 ; 120[	15			
[120 ; 125[	8			
[125 ; 130]	4			

1. Effectuer les calculs des fréquences (valeurs exactes).
2. Déterminer la médiane M_e de cette série statistique en justifiant vos calculs.
3. Déterminer la moyenne $\overline{T}$, la variance s^2_T et **l'écart-type** s_T de cette série statistique.

Exercice 2:

Partie A

Soit *f* la fonction définie sur l'intervalle [0 ; +∞[par $f(x) = 10(e^{-x} - e^{-2x})$.

1. Déterminer limite de *f* en +∞.
2. On désigne par *f'* la fonction dérivée de *f*. Montrer que $f'(x) = 10e^{-x}(2e^{-x} - 1)$.
3. Étudier les variations de la fonction *f*.
4. Résoudre dans l'intervalle [0 ; +∞[l'équation $f(x) = 0,2$.
5. Tracer la représentation graphique de la fonction *f* dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 4 cm).

Partie B

Dans une cuve contenant un produit liquide *P*, on introduit à l'instant $x = 0$ un produit réactif *R* qui entraîne une réaction chimique.
A un instant *x* quelconque (x en secondes, $x > 0$), la concentration molaire en réactif *R* (en mole.L^{-1}) est donnée par la fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ; +∞[par $f(x) = 10(e^{-x} - e^{-2x})$.

En utilisant les résultats de la partie A, répondre aux questions suivantes:

1. Au bout de combien de temps la concentration en réactif *R* est-elle maximale? Quelle est cette concentration maximale?

2. Matériellement on considère que la réaction est terminée lorsque la concentration en réactif *R* est inférieure à 0,2 mole.L^{-1}.
Déterminer graphiquement, à un dixième de seconde près, le temps à partir duquel on peut considérer la réaction terminée. Donner par le calcule, en justifiant soigneusement votre réponse, la valeur exacte de ce temps.

Exercice 3:

Partie A

Suite à un incident nucléaire, on a consigné dans le tableau suivant, heure par heure, les résultats fournis par un appareil de mesure de la radioactivité. Les N_i sont des nombres entiers représentant le nombre de particules recueillies par l'appareil pendant une seconde.

t_i en heures	0	1	2	3	4	5	6
N_i	170	102	63	39	24	16	9

1. On pose $z_i = \ln(N_i - 2)$ pour tout i variant de 0 à 6.
Donner les valeurs des z, arrondies au millième le plus proche.
2. Représenter le nuage $(t_i ; z_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques: 3 cm pour une heure en abscisse, 4 cm pour une unité en ordonnée).
3. Un ajustement linéaire de *z* en *t* est-il justifié ? Pourquoi ?
4. Donner une équation de la droite de régression de z en *t* (les coefficients seront arrondis au millième le plus proche).
5. Donner l'expression de *N* en fonction de *t* déduite de cet ajustement.
6. En supposant que l'expression obtenue en 5. reste valable, déterminer à partir de quel relevé on obtiendra une valeur de *N* inférieure ou égale à 3.

Partie B

Soit *f* la fonction définie sur l'intervalle [0 ; +∞[par $f(x) = 168e^{-0,53x} + 2$ et *(C)* sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; interpréter géométriquement le résultat obtenu.
2. Chercher les variations de la fonction *f* sur [0 ; +∞[.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 30$ dans l'intervalle [0; +∞[.
4. La courbe *(C)* admet-elle une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -10x + 1$? Si oui, en quel point ? Donne alors l'équation de cette tangente.