Devoir Surveillé de Maths n°1

Exercice 1:

On lit dans une table les valeurs suivantes :

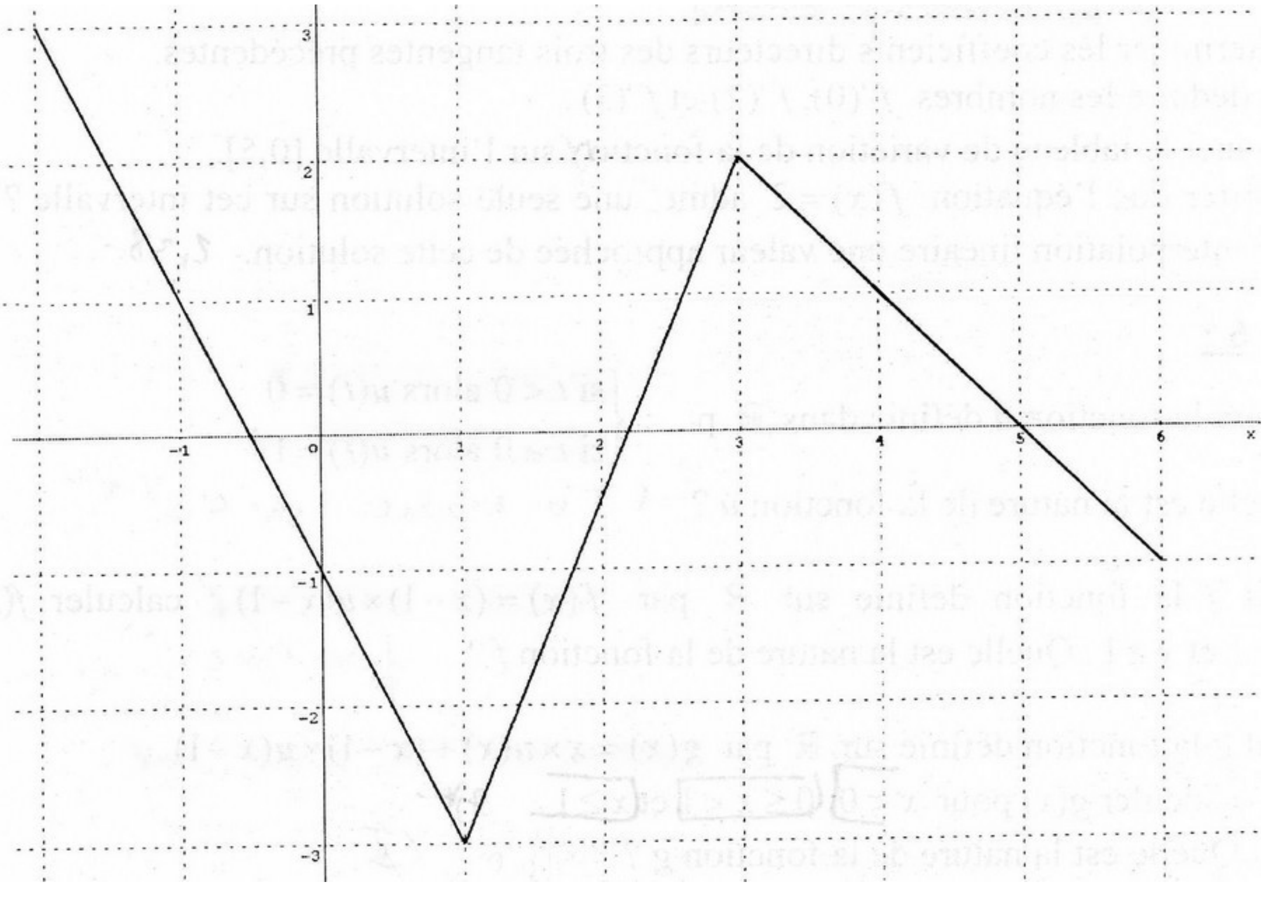
t	*u*
2,75	4,08
2,76	2,65
2,77	0,98

A l'aide d'une interpolation linéaire déterminer :

1. la valeur *u* (arrondie à 10^{-2}) correspondant à $t = 2{,}753$.
2. la valeur *t* (arrondie à 10^{-3}) correspondant à $u = 1$.

Exercice 2:

Soit *f* la fonction affine par morceaux définie sur l'intervalle [-2;6] dont on donne ci-dessous la représentation graphique.



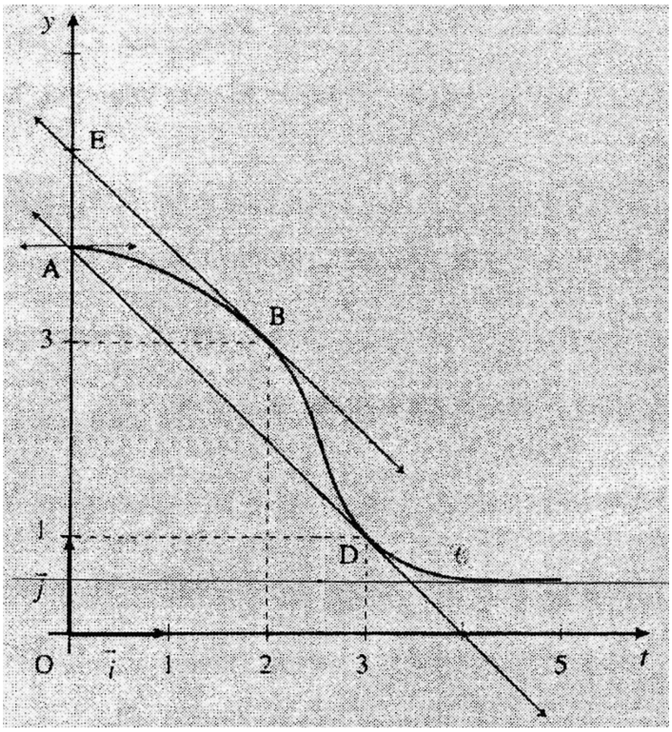
1. Donner le tableau de variation de la fonction *f* sur l'intervalle [-2;6].
2. Combien l'équation $f(x) = 1$ a-t-elle de solutions dans l'intervalle [1;3] ; résoudre cette équation dans cet intervalle.

Exercice 3:

Soit la fonction f définie par $f : t \rightarrow (2t^2 - 5t + 5) / (t - 2)$

1. Déterminer son ensemble de définition.
2. Déterminer $\lim\limits_{t \to -\infty} f(t)$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t)$.
3. Déterminer les limites de la fonction f en 2.
4. Que peut-on conclure de la question précédente pour la représentation graphique de la fonction f ?
5. Déterminer les réels a, b et c tels que $f(t) = at + b + c/t\text{-}2$ pour tout $t \neq 2$.
6. La représentation graphique C_f de la fonction f possède-t-elle une asymptote oblique D ? Si oui, laquelle ? Quelle est alors dans ce cas la position de la courbe C_f par rapport à cette asymptote D ?

Exercice 4:



La figure ci-contre donne la représentation graphique C_f d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [0; 5] dans un repère (O, i, j).

On précise qu'au point A(0;4) la tangente à la courbe C_f est parallèle à l'axe des abscisses, qu'au point B(2;3) la tangente est la droite (BE) (E étant le point de coordonnées (0;5)), et qu'au point D(3;l) la tangente est la droite (AD).

1. Déterminer les coefficients directeurs des trois tangentes précédentes.
2. En déduire les nombres $f'(0)$, $f'(2)$ et $f'(3)$.
3. Donner le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0;5].
4. Justifier que l'équation $f(x) = 2$ admet une seule solution sur cet intervalle ? Donner par interpolation linéaire une valeur approchée de cette solution.

Exercice 5:

On considère la fonction u définie dans R par : $\begin{cases} \text{si } t < 0 \text{ alors } u(t) = 0 \\ \text{si } t > 0 \text{ alors } u(t) = 1 \end{cases}$

1. Quelle est la nature de la fonction u ?
2. Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = (x\text{-}1) \,.\, u(x\text{-}1)$; calculer $f(x)$ pour $x < 1$ et $x > 1$. Quelle est la nature de la fonction f ?
3. Soit g la fonction définie sur R par $g(x) = x \,.\, u(x) + (x\text{-}1) \,.\, u(x\text{-}1)$.
   a. Calculer $g(x)$ pour $x < 0$, $0 \leq x < 1$ et $x \geq 1$.
   b. Quelle est la nature de la fonction g ?
   c. Tracer la représentation graphique de cette fonction sur l'intervalle [-3; 4].