

## Devoir Maison de Maths n°9

### **Exercice 1 :**

On étudie la croissance d'une population de crustacés planctoniques, à l'instant  $t$  exprimé en jours, dans un environnement limité. L'effectif de la population a alors une limite finie  $K$ .

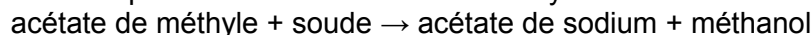
$t_i$ (en jours)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$x_i$ (effectifs)	15	59	199	448	631	697	715	720	720

La population se stabilise au bout de 14<sup>ème</sup> jour et donc, dans cette expérience,  $K = 720$ .  
On pose  $y = \ln(x / (720 - x))$ .

1. Établir le tableau des valeurs  $(t_i; y_i)$  pour  $t_i \in \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12\}$  : les valeurs des  $y_i$  seront arrondies à 3 décimales.
2. Construire le nuage de points de coordonnées  $(t_i; y_i)$  et placer le point moyen.
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de ce nuage; que peut-on en conclure?
4. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de  $y$  par rapport à  $t$ . Tracer cette droite dans le graphique précédent.
5. En déduire  $x$  en fonction de  $t$ .

### **Exercice 2:**

On considère la réaction de saponification de l'acétate de méthyle :



dans laquelle une mole d'acétate de méthyle et une mole de soude se transforment, de manière irréversible en une mole d'acétate de sodium et une mole de méthanol.

A l'instant  $t = 0$ , on mélange une solution d'acétate de méthyle et une solution de soude de même concentration initiale 0,01 mole par litre.

On appelle  $x(t)$  la valeur commune, exprimée en moles par litre, des concentrations molaires de d'acétate sodium et de méthanol à l'instant  $t$ , exprimé en minutes. On mesure toutes les 30 minutes la concentration  $x$ . On obtient le tableau suivant :

$t_i$ (en minutes)	30	60	90	120	150	180
$10^3 x_i$ (en moles par litre)	4,1	6,1	7,0	7,5	8,0	8,2

1. Représenter le nuage des points de coordonnées :  $(t_i; x_i)$ .
2. On pose  $u_i = 1/t_i$  et  $v_i = 1/x_i$  ; calculer les valeurs de  $u_i$ , arrondies à  $10^{-4}$  près et celles de  $v_i$  arrondies à l'unité.
3. Représenter sur un autre graphique le nuage des points de coordonnées  $(u_i, v_i)$ ; calculer son coefficient de corrélation linéaire. Que peut-on en conclure?
4. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de  $v$  en  $u$ . Tracer cette droite dans le graphique de la question 3.
5. En déduire l'expression de  $x$  en fonction de  $t$  et l'écrire sous la forme :  $x(t) = at / (bt + 100)$ .
6. Étudier les variations de la fonction  $x$  sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .
7. Construire sa représentation graphique sur le même graphique que celui de la question 1.

### **Exercice 3:**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -5e^{2x} + 6e^x - 1$ .

1. Construire la représentation graphique  $C$  de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé.
2. Au vu de cette représentation graphique:
  - que pouvez-vous conclure sur les limites de  $f(x)$  en l'infini ?
  - que pouvez-vous dire du signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$  ?
3. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 0$ , puis l'inéquation  $f(x) < 0$ .
5. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $f(x) + 1 > 0$ . Que peut-on en conclure pour la représentation graphique de la fonction  $f$  ? Compléter votre représentation graphique.
6. Déterminer **la plus grande valeur du réel positif  $a$**  telle que la courbe  $C$  admettent une tangente parallèle à la droite d'équation  $y = ax$ . Placer le point correspondant et sa tangente sur le graphique.