Devoir Maison de Maths n°5

Exercice 1:

Partie I

Soit *h* la fonction définie sur [0; $\pi/2$] par $h(t) = \cos t - \sin t$

1. Étudier les variations de la fonction *h* sur l'intervalle [0; $\pi/2$].
2. Résoudre dans l'intervalle [0; $\pi/2$] l'équation $h(t) = 0$.
3. Quel est le signe de $h(t)$ sur l'intervalle [0; $\pi/2$] ; justier votre réponse.

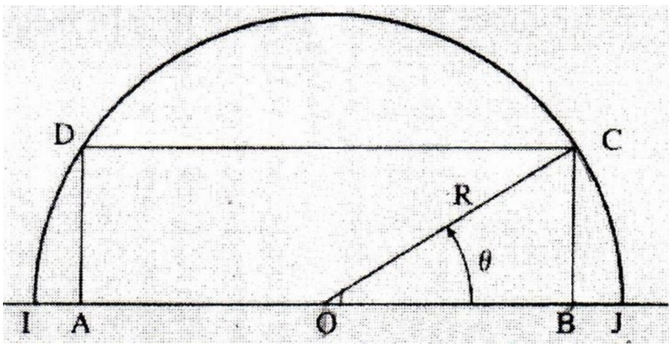
Partie II

Soit *g* la fonction définie sur [0; $\pi/2$] par $g(t) = \sin(t) \times \cos(t)$.

1. Démontrer que $g'(t) = a \times h(t) \times (\cos t + \sin t)$ (*a* étant un réel à déterminer).
2. Étudier les variations de la fonction *g* sur l'intervalle.
3. En déduire que la fonction *g* admet un maximum sur l'intervalle [0; $\pi/2$] que l'on déterminera.
4. Construire la représentation graphique de la fonction *g* dans un repère bien choisi.

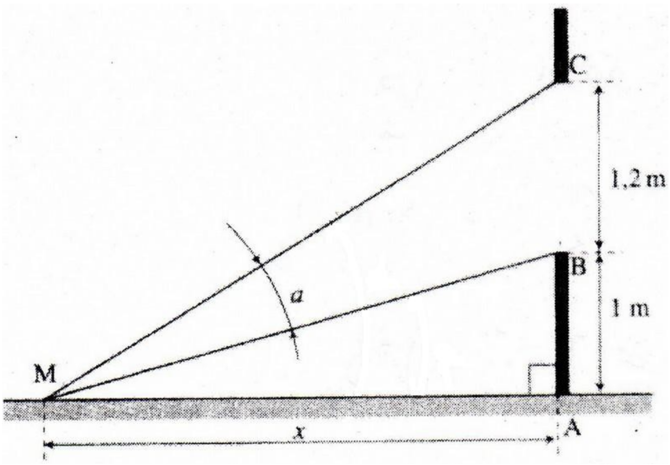
Partie III

Un rectangle ABCD est inscrit dans un demi-cercle de centre O, de diamètre [IJ] et de rayon R. θ désigne la mesure en radians de l'angle (OB,OC) et on suppose que $0 < \theta < \pi/2$.



1. Donner en fonction de θ, l'aire du rectangle ABCD.
2. Déterminer la valeur de θ pour laquelle l'aire du rectangle ABCD est maximale.
3. Quelles sont alors les dimensions de ce rectangle?

Exercice 2 :



Une ouverture BC de 1,2m de hauteur est pratiquée dans un mur vertical AC à 1m au dessus du niveau du sol qui est horizontal.
Un point M est situé à la distance *x* du pied du mur.
On appelle *α* l'angle sous lequel on voit l'ouverture depuis ce point M.
On recherche où placer le point M afin d'avoir le meilleur angle de vision: c'est-à-dire un angle *α* maximal.

Partie I

1. Pourquoi α sera-t-il maximal lorsque tan α sera maximal ?
2. Exprimer $\tan\widehat{AMB}$ en fonction de *x.*
3. Exprimer $\tan\widehat{AMC}$ en fonction de *x.*
4. En déduire la valeur de tan α en fonction de *x* en admettant que :
   $\tan(\alpha - \beta) = (\tan\alpha - \tan\beta) / (1 + \tan\alpha \,.\, \tan\beta)$?

Partie II

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0;10] par $f(x) = (1{,}2x) / (x^2 + 2{,}2)$

1. Etudier les variations de cette fonction.
2. Construire sa représentation graphique dans un repère adapté.
3. En déduire la valeur de *x* pour laquelle l'angle α est maximal.
4. Calculer α (à 1° près par défaut).

<u>Exercice 3:</u>

Soit f la fonction définie sur $[0;\pi]$ par : $f(t) = \sin(2t - (2\pi/3))$

1. Etudier les variations de cette fonction sur l'intervalle $[0;\pi]$.
2. Construire la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère orthonormal *(O,i,j)* (unités graphiques : 4 cm).
3. Résoudre dans l'intervalle $[0;\pi]$ l'équation $f(t) = \sqrt{2}/2$
4. Résoudre dans l'intervalle $[0;\pi]$ l'inéquation $f(t) > \sqrt{3}/2$