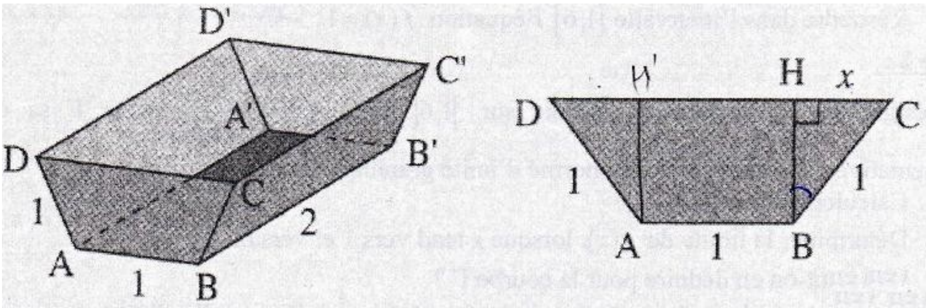
Devoir Maison de Maths n°4

Exercice 1:

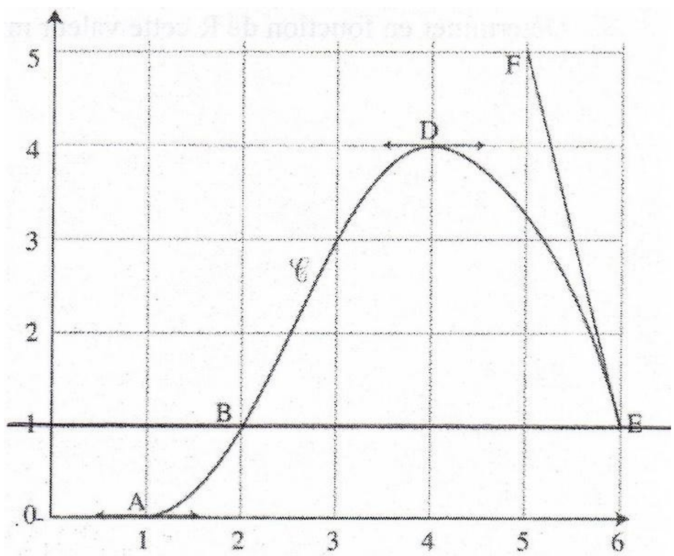


Une entreprise conditionne des milieux réactifs dans des récipients ayant la forme d'un prisme droit dont la base est un trapèze isocèle ABCD ; les dimensions sont données ci-dessus en cm.
La longueur du côté CD est variable et on appelle x la longueur CH.
Le but de l'exercice est de déterminer la valeur de x pour laquelle le récipient aura un volume maximal.

1. Dans quel intervalle peut varier x ? Justifier.
2. Calculer en fonction de x l'aire $S(x)$ du trapèze isocèle ABCD.
3. Calculer en fonction de x le volume $V(x)$ du récipient.
4. On considère la fonction f définie sur [0; 1] par $f(x) = (x + 1).\sqrt{1 - x^2}$
   a) Étudier les variations de la fonction f.
   b) Tracer sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O;i;j)$ (unité graphique: 8 cm).
5. Exprimer $V(x)$ à l'aide *de* $f(x)$; en déduire la valeur de x pour laquelle le volume est maximum.
   Quelle est alors la valeur de ce volume ?
   Déterminer dans ce cas la mesure en degrés de l'angle CBH.

Exercice 2:

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [1; ,6]; sa représentation graphique Cf dans un repère orthonormé (O; i; j) est donnée ci-contre.
La courbe *Cf* passe par les points A(1 ,0), B(2,1), D(4,4) et E(6,1).
Les tangentes à la courbe aux points A et D sont parallèles à l'axe des abscisses.
La tangente à la courbe au point E passe par le point F(5,5).



Partie 1 :

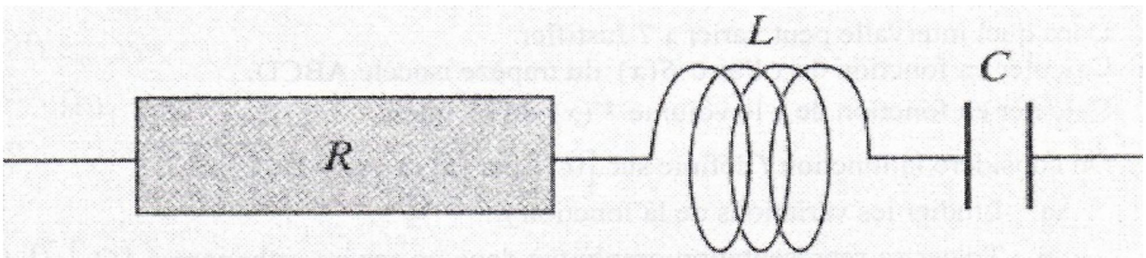
1. En utilisant le graphique et les informations ci-dessus donner le tableau de variation de la fonction *f* sur l'intervalle [1; 6].
2. Quel est le signe de *f(x)* sur l'intervalle [1; 6]? Justifier.
3. Résoudre dans l'intervalle [1; 6] l'équation *f(x) = 1*.

Partie 2 :

On désigne par *g* la fonction définie sur]1; 6[par *g(x) = 1/ f(x)* et par *F* sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

1. Calculer *g(2)* et *g(4)*.
2. Déterminer la limite de *g(x)* lorsque *x* tend vers 1et vers 6.
   Que peut-on en déduire pour la courbe *F*?
3. Donner le tableau de variation de la fonction *g* sur l'intervalle]1; 6[en donnant les justifications nécessaires.
4. Tracer la courbe *F*.

Exercice 3:



L'impédance Z d'un circuit comportant en série un résister de résistance R ohms, une bobine d'inductance L henrys et de résistance pratiquement nulle, un condensateur de capacité C farads est donnée par :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

où ω est la pulsation d'un courant alternatif qui traverse le circuit (L, R, C sont trois nombres réels positifs).

1. Étudier les variations de la fonction f définie sur]0; +∞[par *f : ω → Z*.
2. Pour quelle valeur de ω l'impédance Z est-elle minimale ?
3. Déterminer en fonction de R cette valeur minimale