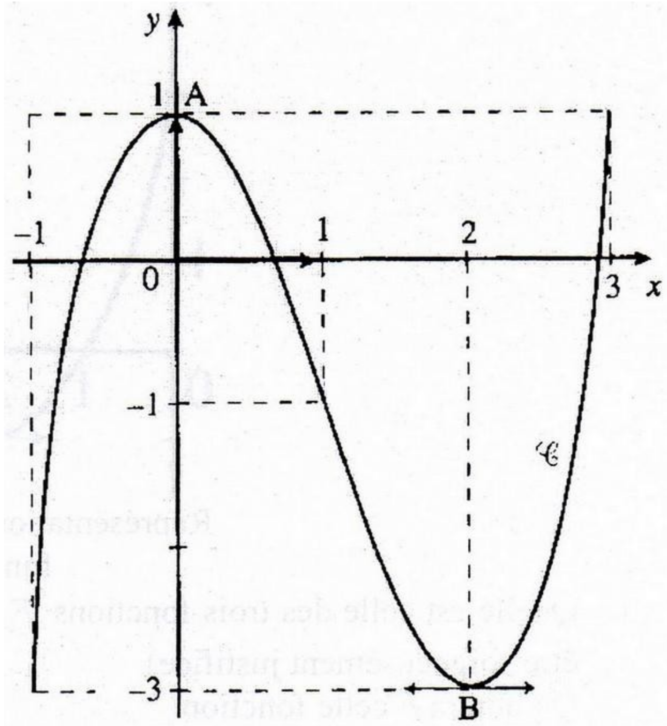
Devoir Maison de Maths n°3

Exercice 1:

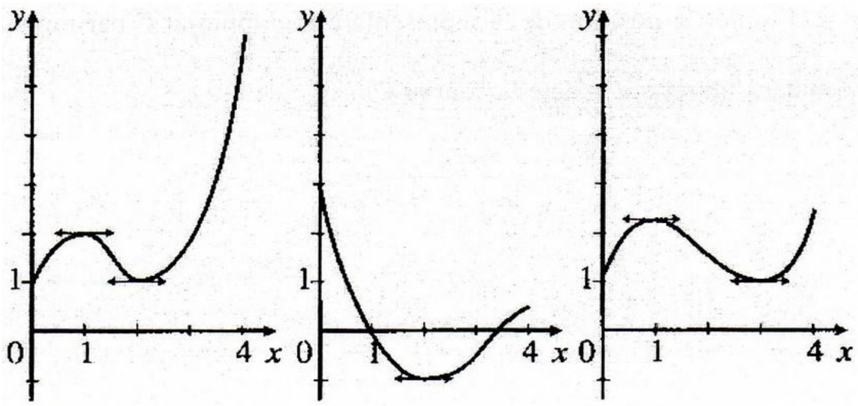
Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, i, j) (unité de longueur 2 cm). Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle I = [-1; 3] dont on donne la courbe représentative ci-contre. On précise qu'aux points A et B la tangente à la courbe C est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Donner le tableau de variation de la fonction f à partir de cette représentation graphique.
2. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle [-1; 3] ?
3. On admet maintenant que la fonction f est définie sur l'intervalle [-1; 3] par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, où a, b, c et d sont quatre constantes réelles. Utiliser les données de la figure pour déterminer les quatre nombres réels a, b, c et d.
4. A l'aide des résultats de la question (3) justifier le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [-1; 3].
5. A l'aide de votre calculatrice et de l'expression de $f(x)$ obtenue à la question (3) déterminer un encadrement à 10^{-2} de la plus grande des solutions de l'équation $f(x) = 0$.

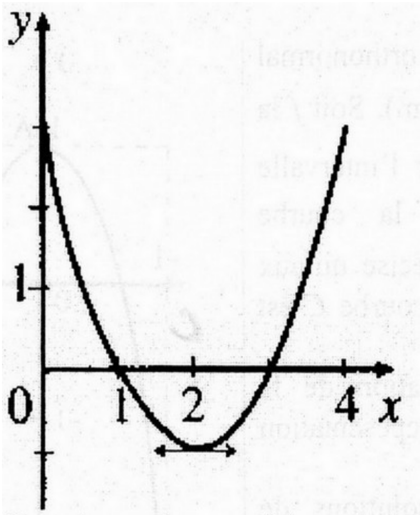
Exercice 2:

On connaît une partie des représentations graphiques de trois fonctions polynômes du troisième degré, notées F_1, F_2, F_3, $x \rightarrow ax^3 + bx^2 + cd + d$, à coefficients réels, données par les figures ci-dessous.



Représentation graphique de F_1 | Représentation graphique de F_2 | Représentation graphique de F_3

L'une de ces trois fonctions a pour fonction dérivée une fonction *f* du second degré dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



Représentation graphique de la fonction *f*

1. Quelle est celle des trois fonctions F_1, F_2, F_3 qui a pour dérivée *f* ? (la réponse doit être soigneusement justifiée).
   On notera *F* cette fonction.

2. Justifier (à partir de sa représentation graphique) que *f* est définie sur R par : $f(x) = x2 – 4x + 3$.

3. Justifier que *F* est définie sur R par $F(x) = (x^3 / 3) - 2x^2 + 3x +1$.

4. Étudier les variations de la fonction *F* sur R.

Exercice 3:

Soit f la fonction numérique définie par : $f(t) = (t^2 + 3t + 4) / (t – 2)$

1. Étudier les variations de cette fonction.

2. Déterminer trois nombres réels *a*, *b* et *c* tels que pour tout *t* de son ensemble de définition on ait :
$f(t) = at + b + (c/(t-2))$

3. En déduire que la représentation graphique *C* de la fonction *f* admet une asymptote oblique A ; étudier la position de la représentation graphique *C* par rapport à la droite A.

4. Construire dans un repère adapté la courbe *C.*