Devoir Maison de Maths n°17

Exercice 1:

Une section de BTS dispose à la rentrée de deux places vacantes ; 15 dossiers ont été triés : 6 ont un avis favorable et 9 un avis défavorable. Par un malheureux hasard les dossiers ont été mélangés et faute de temps on choisit 2 dossiers au hasard. (On supposera que tous les tirages sont équiprobables).

Déterminer la probabilité des événements suivants :

1. Les deux dossiers tirés ont un avis favorable.
2. Les deux dossiers tirés ont un avis défavorable.
3. L'un dossier tiré comporte un avis favorable et l'autre un avis défavorable.
4. Il y a au moins un dossier favorable dans les deux dossiers tirés.
5. Il y a au plus un dossier défavorable dans les deux dossiers tirés.

Exercice 2:

Dans un atelier deux machines M1 et M2 fabriquent des pièces ; celles-ci sont stockées sans distinction de provenance.
La machine M1 fabrique 60% des pièces dont 5% de pièces défectueuses ; la machine M2 fabrique 40% des pièces dont 2,5% de pièces défectueuses.

1. On prélève au hasard une pièce dans la production totale. Quelle est la probabilité de prélever une pièce défectueuse?
2. On prélève au hasard une pièce dans la production totale : elle est défectueuse.
   a) Quelle est la probabilité qu'elle provienne de la machine M1 ?
   b) Quelle est la probabilité qu'elle provienne de la machine M2 ?
3. Les pièces non défectueuses sont ensuite classées en 1° et en 2° choix avant expédition ; il y a 30% de pièces de 2° choix parmi les pièces non défectueuses. Quelle est la probabilité qu'une pièce produite dans cet atelier soit de 1° choix ?

Exercice 3:

Soient les fonctions f et g définies sur R par : $f(x) = (x+3)/e^x$ et $g(x) = (2x+5)/e^x$

1. Étudier les variations de ces deux fonctions sur R.
2. Tracer leurs représentations graphiques C_f et C_g sur la même feuille dans un repère orthogonal (unités graphiques : 3 cm sur l'axe des abscisses, 1,5 cm sur l'axe des ordonnées).
3. Déterminer les réels α et β tels que la fonction F définie sur R par : $F(x) = (\alpha.x + \beta)e^{-x}$ soit une primitive sur R de la fonction : $x \rightarrow (x+2)e^{-x}$
4. Calculer : $I = \int_{-2}^{4} (g(t)-f(t))\, dt$; que représente I ?

Exercice 4:

Partie 1 :

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \left(\frac{1}{(\ln x)^2} \right) - \left(\frac{1}{\ln x} \right)$$

1. Étudier les variations de la fonction f sur $]1 ; +\infty[$. (on pourra vérifier que $f'(x) = (\ln x-2)/ (x(\ln x)^3)$).
2. Représenter graphiquement f dans le plan rapporté à un repère orthogonal. (Unités graphiques : 1 cm en abscisse et 10 cm en ordonnée)

Partie 2 :

Soit h la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]1 ; +\infty[$ par : $h(x) = x/\ln x$

1. Calculer la dérivée h' de h.
2. En déduire une primitive F de f sur $]1 ; +\infty[$.
3. Calculer $I = \int_2^{10} f(t)\, dt$.