Devoir Maison de Maths n°16

Exercice 1:
Tous les 5 ans, on effectue un relevé de la population d'une ville. En 1970, ce relevé a donné 125 000 habitants ; les relevés suivants montrent un augmentation régulière de 3%.

Soit R_n la valeur (en milliers d'habitants) du relevé de rang n (R_0 = 125 en 1970, R_1 relevé de 1975, etc...).

1. Calculer les valeurs de R_1, R_2 et R_3 (arrondies au dixième).
2. Quelle est la nature de la suite (R_n) ?
3. Si cette évolution se poursuit, quelle population peut prévoir en 2010 ?
4. En quelle année, si cette évolution se poursuit, la population dépassera-t-elle les 200 000 habitants ?

Exercice 2:
On a injecté un centimètre-cube de produit calmant à un malade. Toutes les demi-heures, son organisme élimine 10% de ce produit.

1. Quel volume de ce produit calmant a-t-il éliminé au bout de six heures ?
2. Sachant que ce produit n'est plus efficace lorsque le volume restante est inférieur à 500 millimètres-cube ; au bout de combien de temps le produit sera-t-il inefficace ?
3. Ce produit calmant a des effets secondaires qui ne disparaissent que lorsque le volume restant est inférieur à 5 millimètres-cube ; au bout de combien de temps le malade ne ressentira-t-il plus d'effets secondaires ?
4. Ce produit calmant peut-il être totalement éliminé par le malade ? Pourquoi ?

Exercice 3:
La suite (u_n) est définie sur N par $u_0 = 7$ et pour tout n de N par : $u_{n+l} = (2u_n + 6) / 5$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 2$.
   a) Démontrer que, pour tout entier naturel n, $v_{n+l} = 2/5\, v_n$.
   b) En déduire que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
3. En déduire que, pour tout n de N , $u_n = 5 \text{ x } (2/5)^n + 2$.
4. La suite (u_n) est-elle convergente ? Si oui, quelle est sa limite ?
5. A partir de quel rang aura-t-on : $u_n - 2 \leq 10^{-12}$?

Exercice 4 :
Dans la bibliothèque du village, il y a deux bibliothécaires : un grand maigre et un petit gros, mais pas d'escabeau. Chacun range les livres en fonction de sa taille : il y a ainsi deux rayons :
• l'un accessible aux lecteurs de moins de 1,70m qui contient 50 romans et 30 livres scientifiques ;
• l'autre accessible uniquement aux lecteurs d'au moins 1,80 m qui contient 40 romans et 20 livres scientifiques.
Les statistiques faites à l'entrée permettent d'affirmer que un quart des lecteurs mesure au moins 1,80m.

Un lecteur repart avec un roman ; quelle est la. probabilité que sa taille soit supérieure ou égale à 1,80m?