

Devoir Maison de Maths n°13

Exercice 1:

Un pêcheur au bord de l'eau, abrité sous son chapeau, trempe son asticot dans l'eau de l'étang en suivant son match sur un transistor nasillard.

L'étang est peuplé de mille poissons, répartis en trois catégories : des sourds, des peureux et des mélomanes. Pour chaque espèce autre que celle des brochets, 20 % sont sourds et 10 % sont mélomanes. Le dernier recensement de l'étang a donné la répartition suivante : la moitié des poissons sont des gardons, 10 % des carpes, 28 % des poissons-chats, 2 % des brochets et le reste des tanches. En plus il y a cinq godillots. On suppose que chaque fois qu'il ramène sa ligne, il a accroché quelque chose et que les poissons et les godillots ont chacun la même probabilité d'être accrochés, accidentellement, par l'hameçon.

1. Calculer la probabilité de prendre au premier coup :
 - a) un godillot ;
 - b) un brochet ;
 - c) un gardon mélomane ;
 - d) une tanche sourde ou une carpe.
2. Calculer la probabilité pour que ayant pêché quatre poissons-chats, il prenne un gardon au cinquième coup, sachant que lorsqu'il pêche un poisson-chat il le rejette dans l'étang.
3. Calculer la probabilité de prendre dans l'ordre un brochet, une carpe, un godillot, un gardon.
4. Le pêcheur lance cent fois sa ligne. Calculer la probabilité de débarrasser l'étang de ses godillots.

Exercice 2 :

Il y a quatre chances sur sept pour que le président provoque des élections anticipées. Dans ce cas, il a deux chances sur cinq de les perdre. Si les élections ont lieu à la date normale, il a deux chances sur trois de les perdre.

1. Calculer la probabilité que le président perde les élections.
2. Le président a perdu les élections, calculer la probabilité pour qu'il ait provoqué des élections anticipées.

Exercice 3:

Un producteur de CD, soucieux de la qualité technique des supports, contrôle ses disques compacts suivant deux critères indépendants. Un premier test G contrôle la gravure, 98 % des disques mis sur le marché satisfont à ce premier critère. Un deuxième test R contrôle la surface réfléchissante, 96 % des disques mis sur le marché satisfont au deuxième critère. Un disque est conforme lorsqu'il satisfait aux deux critères.

1. Calculer la probabilité pour qu'un disque mis sur le marché ne soit pas conforme.
2. Un CD n'est pas conforme, calculer la probabilité pour qu'il ne satisfasse à aucun des critères.

Indication : on pourra choisir les événements $A = \ll \text{le CD mis sur le marché ne satisfait pas le test } G \gg$ et $B = \ll \text{le CD mis sur le marché ne satisfait pas le test } R \gg$.

Exercice 4:

Jules a dans sa poche gauche dix pièces de deux euros, dont quatre fausses. Dans sa poche droite, il a sept pièces de deux euros, toutes bonnes. Devant l'horodateur, il prend une pièce au hasard dans sa poche gauche. Au moment de la glisser dans l'appareil, il s'aperçoit que celui-ci est réservé aux cartes de crédit. Il range alors la pièce dans sa poche droite et se dirige vers l'horodateur à pièces. Il saisit une pièce au hasard dans sa poche droite, calculer la probabilité pour qu'elle soit fausse.

Exercice 5:

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = (1 + \ln x) / x$. On appelle C sa représentation graphique dans un repère orthogonal (unités graphiques: 1 cm sur l'axe des abscisses, 3 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Étudier les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$; en déduire les conséquences graphiques pour la courbe C .
2. Étudier les variations de la fonction f sur $]0, +\infty[$.
3. Déterminer le point d'intersection de la courbe C avec l'axe des abscisses ainsi que l'équation de la tangente en ce point.
4. Justifier le signe de $f(x)$ sur $]0, +\infty[$.
5. Tracer la courbe C .