Devoir Maison de Maths n°9

Exercice 1:
Le nombre de moles d'air par unités de volume, appelé concentration molaire, varie en fonction de l'altitude.
On souhaite vérifier expérimentalement la formule donnant la concentration molaire *c* en fonction de l'altitude *z*. Pour cela on mesure cette concentration à différentes altitudes au moyen de ballons-sondes. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant où l'altitude z, est exprimée en mètres et la concentration *c,* en mol/L.

z_i	0	1 000	2000	5000	10000	15000	20000
c_i	0,0420	0,0370	0,0330	0,0230	0,0120	0,0065	0,0035

1. On pose $y_i = ln\ (10^4 \times c_i)$; dresser un tableau précisant les valeurs de y_i et celles de z_i, correspondantes. On donnera les valeurs de y_i sous forme décimale arrondie au centième le plus proche.
2. Construire dans un repère approprié le nuage des points M_i (z_i ; y_i).
3. Calculer le coefficient de corrélation entre Z et *Y* ; un ajustement affine de Y en Z est-il justifié ?
4. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de *Y* en *Z.* On écrira cette équation sous la forme $Y = aZ + b$ où *a* est exprimé sous forme décimale arrondie à 10^{-6} près et *b* à 10^{-3} près.
5. Déduire du résultat précédent une expression de la concentration molaire *c(z)* en fonction de l'altitude z sous la forme $c(z) = k\,e^{\beta z}$; on donnera d'abord une expression littérale de *k* et de *β* en fonction de *a* et *b,* puis on en déterminera une valeur décimale approchée arrondie à 10^{-3} près pour *k* et à 10^{-6} près pour *β* ?
6. Estimer la concentration molaire à l'altitude 1 500 m.

Exercice 2: (d'après BTS Groupement D - Juin 1999)
Partie A
On procède à une réimplantation d'écrevisses. On lâche 100 individus et on relève tous les 6 mois l'effectif n_i de la colonie d'écrevisses en fonction du temps écoulé t_i (exprimé en mois). On obtient ainsi huit effectifs n_i (*i* variant de 1 à 8).

Temps t_i (en mois)	0	6	12	18	24	30	36	42
Effectifs n_i	100	160	350	900	2500	7500	22000	64000

1. Soit *(O,i,j)* un repère orthogonal du plan (unités graphiques: 1 cm pour 3 mois sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 4 000 unités sur l'axe des ordonnées). Représenter dans ce repère le nuage des points M_i (t_i , n_i).
2. On pose $y = ln\ (3n – 200)$ où ln représente la fonction logarithme népérien. Calculer les valeurs $y_i = \ln (3n_i – 200)$ pour i variant de 1 à 8 (valeurs décimales arrondies au millième le plus proche. On donnera ces valeurs dans un .tableau.
3. Représenter le nuage de points N_i (t_i ; y_i) dans un repère orthogonal (unités graphiques: 3 cm pour 6 mois sur l'axe des abscisses, 1 cm par unité sur l'axe des ordonnées).
4. Justifier la possibilité de réaliser un ajustement linéaire de *y* en fonction de *t.*
5. Donner une équation de la droite de régression de *y* en *t* (les coefficients seront donnés sous forme décimale, au centième le plus proche) et en déduire l'expression de *n* en fonction de *t* associée à cet ajustement.

Partie B
Soit *N* la fonction définie sur l'intervalle I = [0 ; 42] par $N(t) = ((100/3).e^{0,18t}) + (200/3)$.

1. Étudier les variations de la fonction *N* sur I.
2. Tracer la représentation graphique de la fonction *N* dans le repère *(O, i, j)* de la question A (1).

Partie C :
A partir de $t = 42$, on décide d'autoriser la pêche aux écrevisses.
On admet que l'effectif de la population est alors représenté par la fonction *F* définie sur l'intervalle [42 ; 72] par $F(t) = 64\ 000.e^{-0,043(t-42)}$.

1. Étudier les variations de la fonction *F* sur l'intervalle [42 ; 72].
2. Tracer la représentation graphique de la fonction *F* dans le repère (O, i, j) de la question A (1) sur le même graphique qu'à la question B (2).
3. Déterminer graphiquement l'instant où la population devient inférieure à 32 000 individus.
4. Résoudre algébriquement ce problème.